Общая схема исследования функции и построения ее графика.

1. Найти область определения .
   1. Если у есть знаменатель, он не должен обращаться в 0.
   2. Подкоренное выражение корня четной степени должно быть неотрицательным (больше либо равно нулю).
   3. Подлогарифмическое выражение должно быть положительным.
2. Исследовать функцию на четность – нечетность.
   1. Если $f(-x)=f(x)$, то функция четная.
   2. Если $f(-x)=-f(x)$, то функция нечетная.
   3. Если не выполнено ни , ни , то – функция общего вида.
3. Найти вертикальные асимптоты и точки разрыва (если есть).
   1. Вертикальная асимптота может возникнуть только на границе области определения функции.
   2. Если $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$ ($\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=\infty$ или $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)=\infty$), то $x=a$ – вертикальная асимптота графика .
4. Исследовать поведение функции в бесконечности; найти горизонтальные и наклонные асимптоты (если есть).
   1. Если , то – горизонтальная асимптота графика .
   2. Если $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{f(x)}{x}\right]=k\neq 0$ и $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-kx]=b<\infty$, то прямая является наклонной асимптотой графика .
   3. Если пределы, указанные в п. a,b, существуют только при одностороннем стремлении к бесконечности ($x\to+\infty$ или $x\to-\infty$), то полученные асимптоты будут односторонними: левосторонними при и правосторонними при .
5. Найти экстремумы и интервалы монотонности функции.
   1. Найти производную .
   2. Найти критические точки (те точки, где или, где не существует).
   3. На числовой оси отметить область определения и ее критические точки.
   4. На каждом из полученных числовых интервалов определить знак производной .
   5. По знакам производной сделать вывод о наличии экстремумов у и их типе.
   6. Найти экстремальные значения .
   7. По знакам производной сделать вывод о возрастании и убывании .
6. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба.

1. Находим вторую производную .
2. Находим точки, в которых или не существует.
3. Исследуем знак слева и справа от найденных точек и делаем вывод об интервалах выпуклости и о наличии точек перегиба.
4. Находим значение функции в точках перегиба.

7. Найти точки пересечения графика с осями координат и, если это нужно для схематического построения графика, найти дополнительные точки.

   1. Для того, чтобы найти точки пересечения графика с осью , надо решить уравнение $f(x)=0$. Точки $(x_i,0)$, где x_i – нули , будут точками пересечения графика с осью .
   2. Точка пересечения графика с осью Oy имеет вид $(0, f(0))$. Она существует, только если точка $x=0$ входит в область определения функции .

8. Схематично построить график.

1. Построить систему координат и асимптоты.
2. Отметить экстремальные точки.
3. Отметить точки перегибы и интервалы выпуклости.
4. Отметить точки пересечения графика с осями координат.
5. Схематично построить график так, чтобы он проходил через отмеченные точки и приближался к асимптотам.